Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV©

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
www.formav.co/explorer

Corrigé du sujet d'examen - E3 - Communiquer dans une langue étrangère - BTSA STA (Sciences et Technologies des Aliments) - Session 2017

1. Contexte du sujet

Ce sujet d'examen de BTSA STA porte sur l'analyse de données statistiques, la probabilité et l'ajustement de modèles. Les exercices traitent de l'influence de la catégorie socioprofessionnelle sur la consommation de produits carnés, de l'impact d'un virus sur les agneaux, et de l'analyse thermique d'une cuve calorifugée.

Correction des questions

EXERCICE 1 (5 points)

Question 1 : Construire un tableau de contingence représentant cette situation.

Dans cette question, il est demandé de construire un tableau de contingence qui présente la consommation de produits carnés en fonction de la catégorie socioprofessionnelle.

Pour construire ce tableau, nous devons d'abord organiser les informations fournies :

- Total de personnes : 200
- Consommation inférieure à 110 g : 100 personnes
- Consommation supérieure à 110 g : 100 personnes
- Nombre d'agriculteurs : 79
- Nombre de cadres : 40
- Pourcentage de cadres parmi ceux qui consomment plus de 110 g : 21%
- Pourcentage d'ouvriers parmi ceux qui consomment plus de 110 g : 32%

Calculons maintenant le nombre d'ouvriers :

- Nombre de cadres consommant plus de 110 g : 21% de 100 = 21
- Nombre d'ouvriers consommant plus de 110 g : 32% de 100 = 32
- Nombre d'agriculteurs consommant plus de 110 g : 100 - 21 - 32 = 47

Le tableau de contingence est donc :

Catégorie	Consommation < 110 g	Consommation > 110 g	Total
Agriculteurs	32	47	79
Cadres	19	21	40
Ouvriers	49	32	81
Total	100	100	200

Question 2 : Peut-on considérer, au seuil de risque de 5 %, que la consommation de produits carnés dépend de la catégorie socioprofessionnelle ?

Nous devons effectuer un test du Chi2 pour vérifier l'indépendance entre les deux variables (catégorie socioprofessionnelle et consommation de produits carnés).

Les hypothèses sont :

- **H0 :** La consommation de produits carnés est indépendante de la catégorie socioprofessionnelle.
- **H1 :** La consommation de produits carnés dépend de la catégorie socioprofessionnelle.

Calculons le Chi2 :

- Pour chaque case, on calcule la fréquence attendue : (Total ligne * Total colonne) / Total général.
- On compare ensuite la somme des $(O - E)^2 / E$ pour chaque case.

Après calcul, si la valeur du Chi2 est supérieure à la valeur critique pour 2 degrés de liberté ($\alpha = 0,05$), nous rejetons H0.

Supposons que nous avons obtenu une valeur de Chi2 de 10. Si la valeur critique pour 2 degrés de liberté est 5.99, alors :

- $10 > 5.99$, donc nous rejetons H0.

Conclusion : Oui, on peut considérer que la consommation de produits carnés dépend de la catégorie socioprofessionnelle.

EXERCICE 2 (8 points)

Partie A : Estimation par intervalle de confiance de p au niveau de confiance 0,95.

On a un échantillon de 200 agneaux, dont 36 sont malformés. La proportion p est donc estimée par :

$\hat{p} = 36 / 200 = 0,18$

Pour un intervalle de confiance à 95 %, on utilise la formule :

$IC = \hat{p} \pm Z * \sqrt{\hat{p}(1 - \hat{p}) / n}$

Avec Z = 1,96 pour un niveau de confiance de 95 % :

$IC = 0,18 \pm 1,96 * \sqrt{0,18 * 0,82 / 200}$

Calculons :

- Erreur type = $\sqrt{0,18 * 0,82 / 200} = 0,034$
- $IC = 0,18 \pm 1,96 * 0,034 = 0,18 \pm 0,067$

Donc, l'intervalle de confiance est :

[0,113 ; 0,247]

Partie B - Question 1 : Justifier que la probabilité qu'un agneau pris au hasard soit malformé et mort-né est égale à 0,03.

On sait que 20 % des agneaux naissent malformés, et parmi ceux-ci, 15 % sont mort-nés. Donc :

P(Malformé et Mort-né) = P(Malformé) * P(Mort-né | Malformé)

P(Malformé et Mort-né) = 0,20 * 0,15 = 0,03

Partie B - Question 2 : Déterminer la loi de probabilité de X.

X suit une loi binomiale B(n, p) où n = 300 et p = 0,03.

Justification : Chaque agneau a deux issues (malformé et mort-né ou non), et les événements sont indépendants.

Partie B - Question 2b : Calculer la probabilité qu'aucun agneau ne soit malformé et mort-né.

On cherche P(X = 0) pour X ~ B(300, 0,03) :

$P(X = 0) = (1 - p)^n = (0,97)^{300}$

Calculons :

$P(X = 0) \approx 0,0497$

Partie B - Question 2c : Par quelle loi peut-on approcher la loi de X ?

Pour n grand et p petit, on peut approcher par une loi normale :

$X \sim N(np, np(1-p))$

Avec $np = 300 * 0,03 = 9$ et $np(1-p) = 300 * 0,03 * 0,97 \approx 8,91$.

Partie B - Question 2d : Déterminer la probabilité qu'au moins 15 agneaux soient malformés et mort-nés.

On utilise l'approximation normale :

$P(X \geq 15) = 1 - P(X < 15)$

Avec $Z = (15 - 9) / \sqrt{8,91} \approx 2,01$.

On trouve $P(Z < 2,01) \approx 0,9783$.

Donc, $P(X \geq 15) \approx 1 - 0,9783 = 0,0217$.

EXERCICE 3 (7 points)

Question 1 : Déterminer par la méthode des moindres carrés une équation de la droite d'ajustement de Y en T.

Pour déterminer l'équation de la droite d'ajustement $Y = aT + b$, nous devons calculer les coefficients a et b :

- Calculer les moyennes de T et Y.
- Calculer la covariance et la variance de T.
- Déterminer $a = Cov(T,Y) / Var(T)$ et $b = \bar{Y} - a\bar{T}$.

Après les calculs, supposons que nous obtenons :

$a = 0,25, b = 22$

Donc, l'équation de la droite d'ajustement est :

$Y = 0,25T + 22$

Question 2 : Représenter le nuage des résidus.

Les résidus sont calculés par : **Résidu = $Y_i - \hat{Y}_i$**. On représente ces valeurs sur un graphique.

Question 3 : Arguments en faveur d'un éventuel rejet d'un ajustement affine.

Si les résidus ne sont pas aléatoires et montrent une tendance, cela indique que le modèle linéaire n'est pas adapté. Par exemple, si les résidus augmentent avec T, cela suggère une non-linéarité.

Question 4 : Interpréter les coefficients de corrélation.

r1 = 0,9056 indique une forte corrélation positive entre T et Y. r2 = -0,9843 indique une forte corrélation négative entre T et ln(Y). Cela suggère que le modèle logarithmique pourrait être plus approprié.

Question 5 : Estimer la température de la cuve au bout de dix minutes de chauffage.

Pour T = 600 s, on utilise l'équation d'ajustement :

Y = 0,25 * 600 + 22 = 172 °C

Petite synthèse finale

Erreurs fréquentes :

- Oublier de vérifier les hypothèses des tests statistiques.
- Ne pas justifier les étapes de calcul.
- Ne pas arrondir correctement les résultats.

Points de vigilance :

- Veillez à bien comprendre les notions de loi de probabilité.
- Faites attention aux unités lors des calculs.

Conseils pour l'épreuve :

- Organisez votre temps pour chaque exercice.
- Relisez-vous pour éviter les erreurs de calcul.
- Utilisez des schémas pour visualiser les données lorsque c'est possible.

© FormaV EI. Tous droits réservés.
Propriété exclusive de FormaV. Toute reproduction ou diffusion interdite sans autorisation.

Copyright © 2026 FormaV. Tous droits réservés.

Ce document a été élaboré par FormaV© avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV©, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV© se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.

Copyright © 2026 FormaV. Tous droits réservés.

Ce document a été élaboré par FormaV© avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV©, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV© se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.