CORRIGÉ NON OFFICIEL

BTSA Sciences et Technologies des Aliments

E3 - Communiquer dans une langue étrangère

Session 2024

Proposition de corrigé rédigée par FormaV pour s'entraîner. Ce n'est pas le corrigé officiel de l'examen et elle ne remplace pas les éléments de correction officiels.

Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du BTSA STA, veuillez visiter :
btsasta.fr/annales-sujets-et-corriges

Brevet de technicien supérieur agricole – Traitement de données (toutes options)
Session 2024 – Remplacement – Métropole, Réunion, Mayotte
Matériel autorisé : calculatrice – Extraits des tables de la loi normale, de Student et du Khi-2 fournis

PROPOSITION DE CORRIGÉ

Proposition de corrigé établie par FormaV à partir du sujet, non officielle. Elle ne préjuge pas des consignes nationales de correction données aux jurys.

Le sujet fourni porte sur le traitement de données (statistique) et non sur une langue étrangère. Le corrigé suit le contenu du sujet.

EXERCICE 1 — 6 points

Résultats arrondis à 10^{-3} près. Série (x_i ; y_i) à 11 couples : ITH et production laitière moyenne journalière par vache (en litres).

Question 1

Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre X et Y.

Pour n = 11 : $\sum x_i = 819$, $\sum y_i = 373{,}6$, $\sum x_i^2 = 61\,193$, $\sum y_i^2 = 12\,699{,}4$, $\sum x_i y_i = 27\,769{,}3$.

Moyennes : $\bar{x} = 819/11 \approx 74{,}455$ et $\bar{y} = 373{,}6/11 \approx 33{,}964$.

$$s_X^2 = \frac{61\,193}{11} - \bar{x}^2 \approx 19{,}521 \qquad s_Y^2 = \frac{12\,699{,}4}{11} - \bar{y}^2 \approx 0{,}962$$

$$\operatorname{cov}(X,Y) = \frac{27\,769{,}3}{11} - \bar{x}\,\bar{y} \approx -4{,}265$$

$$r = \frac{\operatorname{cov}(X,Y)}{s_X\, s_Y} \approx \boxed{-0{,}984}$$

Le coefficient de corrélation linéaire est r ≈ −0,984 (obtenu directement à la calculatrice).

Question 2

Déterminer une équation de la droite de régression de Y en X par la méthode des moindres carrés.

$$a = \frac{\operatorname{cov}(X,Y)}{s_X^2} = \frac{-4{,}265}{19{,}521} = -0{,}2185$$

$$b = \bar{y} - a\,\bar{x} = 33{,}964 + 0{,}2185 \times 74{,}455 \approx 50{,}232$$

Équation de la droite de régression de Y en X :

$$\boxed{\hat{y} = -0{,}2185\,x + 50{,}232}$$

Question 3

Retrouver par le calcul la valeur du premier résidu correspondant à $x_1 = 68$.

$\hat{y}_1 = -0{,}2185 \times 68 + 50{,}232 = 35{,}374$.

$e_1 = y_1 - \hat{y}_1 = 35{,}5 - 35{,}374 = \boxed{0{,}126}$ L.

Cette valeur est cohérente avec le nuage des résidus, où le premier point se situe à environ 0,13.

Question 4

Discuter la validité de l'ajustement affine.

Le coefficient de corrélation vaut r ≈ −0,984, donc |r| est très proche de 1. Le coefficient de détermination est r² ≈ 0,968 : environ 97 % de la variabilité de la production laitière est expliquée par la droite de régression. Le nuage de points est d'ailleurs très proche d'une droite de pente négative.

Les résidus sont petits : tous inférieurs à 0,4 L en valeur absolue, alors que la production varie de 32,2 à 35,5 L. Ils sont répartis de part et d'autre de 0 et ne dessinent aucune forme systématique (ni courbe en U ou en cloche, ni dispersion croissante).

L'ajustement affine est donc valide pour modéliser la baisse de production laitière en fonction de l'ITH sur l'intervalle étudié (68 à 82).

Question 5

Estimer la production laitière moyenne journalière d'une vache dont l'ITH est égal à 90.

$\hat{y} = -0{,}2185 \times 90 + 50{,}232 = 30{,}567$.

La production moyenne journalière estimée pour un ITH de 90 est d'environ **30,567 L** par vache.

Il s'agit d'une extrapolation, puisque la série ne dépasse pas ITH = 82 : l'estimation reste à interpréter avec prudence.

Question 6

En déduire le pourcentage de baisse de la production laitière entre ITH 68 et ITH 90.

Production estimée à ITH 68 : 35,374 L ; à ITH 90 : 30,567 L.

$$\frac{30{,}567 - 35{,}374}{35{,}374} \approx -0{,}136$$

La production baisse d'environ **13,6 %** lorsque l'animal passe d'un ITH de 68 à un ITH de 90 (stress thermique sévère).

À valoriser : l'utilisation de la valeur observée 35,5 L comme référence donne une baisse de 13,9 % environ, acceptable si elle est justifiée.

Question 7

Déterminer l'ITH correspondant à une baisse de 10 % par rapport à ITH 68.

Production correspondant à une baisse de 10 % : $0{,}9 \times 35{,}374 \approx 31{,}837$ L.

On résout $-0{,}2185\,x + 50{,}232 = 31{,}837$:

$$x = \frac{50{,}232 - 31{,}837}{0{,}2185} \approx \boxed{84{,}19}$$

La production laitière baisse de 10 % pour un ITH d'environ **84,2**.

EXERCICE 2 — 5 points

Résultats arrondis à 10^{-2} près. Influence de l'ITH sur la qualité des embryons : test d'indépendance du khi-deux au seuil de 0,05.

Question unique

Hypothèses. H_0 : la qualité des embryons est indépendante de l'ITH. H_1 : la qualité des embryons dépend de l'ITH. Seuil de risque : 0,05.

Effectifs théoriques (total des embryons : 606), calculés par $E_{ij} = \dfrac{\text{total ligne}_i \times \text{total colonne}_j}{606}$.

Qualité \ ITH	[35 ; 45[	[45 ; 55[	[55 ; 65[	[65 ; 75[	Total
Classe I	59,32	132,44	141,40	84,84	418
Classes II et III	21,57	48,16	51,42	30,85	152
Classe IV	5,11	11,41	12,18	7,31	36
Total	86	192	205	123	606

Tous les effectifs théoriques sont supérieurs à 5 : les conditions d'application du test sont réunies.

Statistique du test.

$$\chi^2_{obs} = \sum \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}} \approx 0{,}00 + 0{,}22 + 0{,}31 + 0{,}01 + 0{,}11 + 1{,}28 + 0{,}80 + 0{,}00 + 0{,}70 + 0{,}51 + 0{,}00 + 0{,}07 \approx 4{,}01$$

Degrés de liberté : $(3-1)(4-1) = 6$. La table du khi-deux donne, pour k = 6 et p = 0,95, la valeur critique 12,59.

Décision. Comme $\chi^2_{obs} \approx 4{,}01 < 12{,}59$, on ne rejette pas H_0 au seuil de risque de 0,05.

Conclusion. Les données ne permettent pas de conclure que l'ITH, dans les classes étudiées (de 35 à 75), a une influence significative sur la qualité des embryons récoltés sur les génisses Prim'Holstein.

Barème : hypothèses, effectifs théoriques, statistique, degrés de liberté, valeur critique, décision et conclusion contextualisée.

EXERCICE 3 — 3 points

Question 1

Estimation par intervalle de confiance de la masse moyenne des carcasses (alimentation classique, niveau 0,95).

Lot T1 : n = 90, $\bar{x} = 1\,835$ g, écart type de l'échantillon s = 173 g.

Estimation ponctuelle de l'écart type de la population : $\hat{\sigma} = s\sqrt{\dfrac{n}{n-1}} = 173\sqrt{\dfrac{90}{89}} \approx 173{,}97$ g.

Variance estimée et n inconnus de la population, donc loi de Student à 89 degrés de liberté. La table donne $t \approx 1{,}99$ (valeur de k = 80, pour p = 0,975).

$$IC_{95\,\%} = \left[\bar{x} - t\,\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}\ ;\ \bar{x} + t\,\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}\right] \qquad t\,\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} = 1{,}99 \times \frac{173{,}97}{\sqrt{90}} \approx 36{,}49$$

$$\boxed{IC = [1\,798{,}51\ ;\ 1\,871{,}49]\ \text{g}}$$

Avec un niveau de confiance de 0,95, la masse moyenne des carcasses avec alimentation classique est comprise entre 1 798,51 g et 1 871,49 g.

Question 2

L'alimentation supplémentée en énergie permet-elle d'obtenir une masse moyenne plus élevée ? Justifier.

Les intervalles de confiance à 95 % sont :

- lot T1 (aliment classique) : [1 798,51 ; 1 871,49] ;
- lot T2 (aliment supplémenté) : [1 874,99 ; 1 937,01].

Ces deux intervalles sont disjoints : la borne supérieure de T1 (1 871,49 g) est inférieure à la borne inférieure de T2 (1 874,99 g).

On peut donc dire, avec un niveau de confiance de 95 %, que l'alimentation supplémentée en énergie permet d'obtenir une masse moyenne des carcasses plus élevée (environ 71 g de plus en moyenne : 1 906 g contre 1 835 g).

À valoriser : usage de l'écart type corrigé avec la loi de Student, comparaison explicite des bornes, conclusion dans le contexte.

EXERCICE 4 — 6 points

Résultats arrondis à 10^{-2} près.

Partie A – Question 1

Estimation ponctuelle de p.

$$f = \frac{34}{60} \approx \boxed{0{,}57}$$

Le taux de production d'œufs par jour des poules en stress thermique est estimé à 57 %.

Partie A – Question 2

Estimation par intervalle de confiance de p au niveau 0,95.

Conditions : n = 60 ≥ 30, nf = 34 ≥ 5 et n(1 − f) = 26 ≥ 5. Pour un niveau de confiance de 0,95, u = 1,96.

$$IC = \left[f - 1{,}96\sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} \; ; \; f + 1{,}96\sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} \right]$$

$$1{,}96\sqrt{\frac{0{,}5667 \times 0{,}4333}{60}} \approx 0{,}125$$

$$\boxed{IC \approx [0{,}44 \; ; \; 0{,}69]}$$

Au niveau de confiance 0,95, le taux de production d'œufs par jour de poules en stress thermique est compris entre 44 % et 69 %.

Partie B – Affirmation 1

VRAIE. L'échantillon aléatoire simple de 60 poules est assimilé à 60 épreuves identiques et indépendantes, chacune n'ayant que deux issues (la poule a pondu un œuf, avec la probabilité 0,6, ou non). X, nombre de succès, suit donc la loi binomiale $\mathcal{B}(60\,;\,0{,}6)$.

Partie B – Affirmation 2

VRAIE. $P(X = 60) = 0{,}6^{60} \approx 5 \times 10^{-14}$, probabilité pratiquement nulle.

Partie B – Affirmation 3

VRAIE. Les conditions d'approximation de la loi binomiale par une loi normale sont vérifiées : n = 60 ≥ 30, np = 36 ≥ 5 et n(1 − p) = 24 ≥ 5. On peut approcher X par une loi normale $\mathcal{N}(m\,;\,\sigma)$ avec $m = np = 36$ et $\sigma = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{14{,}4} \approx 3{,}79$.

Partie B – Affirmation 4

VRAIE. « Au moins la moitié des poules » signifie X ≥ 30. Avec l'approximation normale Y ~ $\mathcal{N}(36\,;\,3{,}79)$:

$$P(X \geq 30) \approx P(Y \geq 30) = P\left(U \geq \frac{30-36}{3{,}79}\right) = P(U \geq -1{,}58) = \Phi(1{,}58) \approx 0{,}94$$

La probabilité est d'environ 0,94 (0,96 avec la correction de continuité) : il est donc fort probable qu'au moins la moitié des poules pondent un œuf.

RÉCAPITULATIF DU BARÈME

Exercice	Points
Exercice 1	6
Exercice 2	5
Exercice 3	3
Exercice 4	6
Total	**20**

Continue à t'entraîner

Retrouve tous les sujets et corrigés du BTSA STA, classés par épreuve et par année :
btsasta.fr/annales-sujets-et-corriges

Pour réviser tout le programme avant l'examen, les Fiches de Révision du BTSA STA reprennent l'essentiel de chaque épreuve :
btsasta.fr/fiches-de-revision

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.