Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

SESSION 2026
Métropole - Antilles - Guyane - Réunion

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR AGRICOLE - SCIENCES ET TECHNOLOGIES DES ALIMENTS
ÉPREUVE E4 : TRAITEMENT DE DONNÉES

Coefficient : 3 **Durée : 180 minutes**

Matériel autorisé : **L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé. L'usage de calculatrice sans mémoire, « type collège », est autorisé.**

Le sujet comporte **7 pages** numérotées de 1/7 à 7/7. Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Aucun document ou matériel autorisé en dehors de ceux fournis avec le sujet.

DOSSIER SUJET

CONSIGNES GÉNÉRALES ET SITUATION D'ÉTUDE : LAITERIE DES TROIS VALLONS, SECTEUR DE PRODUCTION LAITIÈRE, AUVERGNE-RHÔNE-ALPES

Information réglementaire : le BTSA Sciences et Technologies des Aliments auquel se rattache l'épreuve E4 décrite dans ce sujet relève du référentiel de 2009, abrogé à compter du 1er janvier 2025. En conséquence, cette épreuve ne peut pas être présentée comme une épreuve officielle du BTSA STA pour la session 2026. Le sujet ci-dessous reprend les capacités de traitement de données de l'ancien référentiel M41.

La Laiterie des Trois Vallons suit des paramètres de production et de contrôle qualité afin d'améliorer la régularité de ses fabrications. Les données utiles sont fournies dans les documents techniques DT 1 et DT 2. Les calculs et résultats seront justifiés. Les probabilités seront données au besoin sous forme décimale, arrondies au millième. Les autres résultats seront arrondis au centième, sauf indication contraire.

Le sujet comporte trois parties indépendantes. Le barème total est de 20 points. Les réponses seront rédigées sur la copie ou dans les documents réponse indiqués.

PARTIE 1 : Modélisation statistique d'un paramètre de fabrication (7 points)

Ajustement affine, corrélation et interprétation

Une équipe étudie le lien entre la température de maturation d'un lot et son indice de texture mesuré à la fin du procédé. Les cinq couples de mesures sont fournis dans le DT 1. On note x la température, en degrés Celsius, et y l'indice de texture, exprimé en unités conventionnelles.

On pourra utiliser les sommes récapitulatives données dans le DT 1. Pour la droite de régression de y en x, on utilise $y = ax + b$, avec $a = \frac{S_{xy}}{S_{xx}}$, $b = \bar{y} - a\bar{x}$, $S_{xx} = \sum x_i^2 - n\bar{x}^2$ et $S_{xy} = \sum x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}$.

1.1 (1 point) À partir du DT 1, calculer les moyennes $\bar{x}$ et $\bar{y}$, puis déterminer S_{xx} et S_{xy}.

1.2 (2 points) Déterminer une équation de la droite de régression de y en x, par la méthode des moindres carrés. Donner les coefficients arrondis au millième et présenter les étapes de calcul.

1.3 (1,5 point) Calculer le coefficient de corrélation linéaire r à l'aide des données du DT 1. Interpréter sa valeur dans le contexte de l'étude.

1.4 (1 point) À l'aide du modèle obtenu à la question 1.2, estimer l'indice de texture pour une température de maturation de $22\ ^\circ\mathrm{C}$. Donner le résultat au centième.

1.5 (1,5 point) Un responsable propose d'utiliser ce modèle pour prévoir l'indice de texture à $35\ ^\circ\mathrm{C}$. Indiquer si cette prévision est une interpolation ou une extrapolation. Expliquer pourquoi cette prévision doit être interprétée avec prudence.

PARTIE 2 : Contrôle de conformité et variable aléatoire (7 points)

Loi conjointe, indépendance et loi binomiale

Le DT 2 présente les résultats de contrôle de 200 lots fabriqués sur deux lignes de production. On note A l'événement « le lot provient de la ligne A » et C l'événement « le lot est conforme au contrôle ». Les effectifs observés sont donnés dans le tableau du DT 2.

Pour une seconde analyse, on considère un prélèvement aléatoire de 20 lots issus d'une production dont la probabilité de non-conformité est fixée à $0{,}08$. On suppose que les résultats des contrôles des lots sont indépendants et que cette probabilité reste constante.

2.1 (2 points) À partir du tableau du DT 2, déterminer les lois marginales des événements « ligne A ou ligne B » et « conforme ou non conforme ». Donner les probabilités correspondantes.

2.2 (1,5 point) Calculer $P(C \mid A)$ et $P(C \mid \bar{A})$. Interpréter les deux résultats dans le contexte du contrôle qualité.

2.3 (1 point) Les événements A et C sont-ils indépendants ? Justifier la réponse par un calcul faisant intervenir les probabilités marginales et une probabilité conjointe.

2.4 (1,5 point) On note X le nombre de lots non conformes dans le prélèvement de 20 lots. Justifier que X suit une loi binomiale et préciser ses paramètres. Calculer $P(X \leq 1)$, arrondie au millième.

2.5 (1 point) Calculer l'espérance de X et interpréter ce résultat pour un grand nombre de prélèvements de 20 lots.

PARTIE 3 : Estimation et prise de décision (6 points)

Intervalles de confiance et interprétation de résultats expérimentaux

La laiterie souhaite vérifier la stabilité d'un paramètre de fabrication et maîtriser la proportion de lots non conformes. Les données des deux études ainsi que les formules d'approximation utilisables sont fournies dans le DT 2.

Pour les intervalles de confiance demandés, les conditions d'utilisation des approximations indiquées dans le DT 2 sont considérées comme satisfaites.

3.1 (1 point) Dans l'étude de conformité du DT 2, calculer la fréquence observée de lots non conformes parmi les 200 lots contrôlés.

3.2 (2 points) Déterminer un intervalle de confiance approximatif à 95 % de la proportion de lots non conformes à partir des résultats du DT 2. Donner les bornes au millième et expliciter la formule utilisée.

3.3 (1,5 point) Dans l'étude du paramètre de fabrication du DT 2, déterminer un intervalle de confiance approximatif à 95 % de la moyenne du paramètre mesuré. Donner les bornes au centième.

3.4 (1,5 point) La spécification interne impose une moyenne du paramètre mesuré inférieure ou égale à $4{,}90$. À partir de l'intervalle obtenu à la question 3.3, indiquer si les résultats permettent de conclure que cette exigence est respectée. Justifier la décision et préciser une limite de cette conclusion.

DOSSIER TECHNIQUE ET RESSOURCES

Documents ressources nécessaires à la résolution du sujet

DT 1 : MESURES DE TEMPÉRATURE DE MATURATION ET D'INDICE DE TEXTURE

Les mesures ont été effectuées sur cinq lots fabriqués dans des conditions comparables. Les sommes récapitulatives ont été calculées à partir des valeurs non arrondies du tableau.

Effectif : $n = 5$. Sommes : $\sum x_i = 100$, $\sum y_i = 35{,}0$, $\sum x_i^2 = 2160$, $\sum x_i y_i = 722{,}8$, $\sum y_i^2 = 248{,}30$.

Mesures expérimentales

Lot	Température x (°C)	Indice de texture y
1	12	5,8
2	16	6,4
3	20	7,1
4	24	7,7
5	28	8,0

Relevés réalisés sur cinq lots de fabrication.

DT 2 : RÉSULTATS DE CONTRÔLE ET DONNÉES D'ESTIMATION

Étude de conformité : 200 lots ont été contrôlés. Le tableau indique les effectifs croisant la ligne de fabrication et le résultat du contrôle. Pour une fréquence observée f obtenue sur un échantillon de taille n, l'intervalle de confiance approximatif à 95 % d'une proportion est $\left[f - 1{,}96\sqrt{f(1-f)/n}\,;\ f + 1{,}96\sqrt{f(1-f)/n}\right]$.

Étude du paramètre de fabrication : un échantillon aléatoire de 36 mesures donne une moyenne observée de $4{,}82$ et un écart-type observé de $0{,}30$. Pour cette étude, on utilisera l'intervalle de confiance approximatif à 95 % $\left[\bar{x} - 1{,}96 s/\sqrt{n}\,;\ \bar{x} + 1{,}96 s/\sqrt{n}\right]$.

Effectifs croisés de contrôle qualité

Origine du lot	Conforme C	Non conforme $\bar{C}$	Total
Ligne A	144	16	160
Ligne B	30	10	40
Total	174	26	200

Effectifs observés sur les 200 lots contrôlés.

Données de l’étude du paramètre de fabrication

Taille de l’échantillon n	Moyenne observée	Écart-type observé
36	4,82	0,30

Échantillon utilisé pour estimer la moyenne du paramètre mesuré.

NE RIEN ÉCRIRE DANS CETTE PARTIE

DR 1 : Tableau de synthèse des calculs de la partie 1 — **À RENDRE AVEC LA COPIE**

Compléter directement les cases portant la mention « ... ». Les résultats numériques seront accompagnés de leurs unités lorsque cela est pertinent. Ce document est à rendre avec la copie.

Résultats de l'ajustement affine

Grandeur	Résultat
$\bar{x}$	.....
$\bar{y}$	.....
S_{xx}	.....
S_{xy}	.....
Coefficient directeur a	.....
Ordonnée à l'origine b	.....
Coefficient de corrélation r	.....
Indice de texture estimé pour $x = 22\ ^\circ\mathrm{C}$	.....

Document réponse associé aux questions 1.1 à 1.4.

Cadre réservé aux justifications, calculs complémentaires ou schémas du candidat :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.